DOI:10.11776/j.issn.1000-4939.2025.01.014

岩石非线性黏弹塑性损伤蠕变模型研究

陈有亮[1,2],肖鹏[1],杜曦[1,3],王苏然[4],RAFIG A[2]

(1.上海理工大学环境与建筑学院土木工程系,200093 上海;2.亚琛工业大学工程地质与水文地质系,52064 亚琛;
3.新南威尔士大学土木与环境工程学院,2052 悉尼;4.同济大学地下建筑与工程系,200093 上海)

摘 要:准确描述岩石蠕变行为的各阶段特征对岩石力学与岩体工程的研究具有重要的意义。由于经典元件组合模型不能较好地描述岩石蠕变过程中的非线性特征,基于损伤力学理论及 Kachanov 蠕变损伤演化规律,通过改进传统的 Kelvin 模型和村山体模型,建立起能够描述岩石衰减蠕变阶段和加速蠕变阶段的非线性函数。将弹性体、线性 Kelvin 体、非线性 Kelvin 体、损伤黏弹塑性体进行串联,建立能够同时描述岩石瞬时弹性应变、非线性黏弹性应变、非线性黏塑性应变和黏性应变的非线性黏弹塑性损伤蠕变模型,采用 Origin 软件的 Levenberg-Marquardt 算法对模型参数进行了辨识,最后通过用不同应力水平下的砂岩单以及三轴压缩蠕变试验,验证该模型的合理性。结果表明:试验曲线和理论曲线的吻合度较高,所建模型不仅能够准确地描述岩石的瞬时弹性应变阶段、等速蠕变阶段的蠕变曲线特征,而且能够较好地描述衰减蠕变阶段和加速蠕变阶段蠕变曲线的非线性特征,验证了该模型的合理性与准确性。

关键词:岩石力学;损伤;非线性;加速蠕变;黏弹塑性蠕变模型

中图分类号:TD313　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1000-4939(2025)01-0133-08

Study on nonlinear viscoelastic-plastic damage creep model of rock

CHEN Youliang[1,2], XIAO Peng[1], DU Xi[1,3], WANG Suran[4], RAFIG A[2]

(1. Department of Civil Engineering, School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, 200093 Shanghai, China; 2. Department of Engineering Geology and Hydrogeology, RWTH Aachen University, 52064 Aachen, Germany;
3. School of Civil and Environmental Engineering, University of New South Wales, 2052 Sydney, Australia;
4. Department of Underground Architecture and Engineering, Tongji University, 200093 Shanghai, China)

Abstract: It is of great significance to accurately describe the characteristics of each stage of rock creep behavior for the study of rock mechanics and rock mass engineering. Because the classical element combination model cannot describe the nonlinear characteristics of rock creep process, based on the damage mechanics theory and Kachanov creep damage evolution law, the nonlinear function which can describe the attenuation creep stage and accelerated creep stage of rock was established by improving the traditional Kelvin model and the village mountain body. The elastic body, nonlinear Kelvin body, linear Kelvin body

收稿日期:2022-02-11
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No.10872133);上海市软科学研究领域重点资助项目(No.18692106100)
通信作者:肖鹏。E-mail:139556284413@163.com
引用格式:陈有亮,肖鹏,杜曦,等.岩石非线性黏弹塑性损伤蠕变模型研究[J].应用力学学报,2025,42(1):133-140.
CHEN Youliang, XIAO Peng, DU Xi, et al. Study on nonlinear viscoelastic-plastic damage creep model of rock[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2025, 42(1):133-140.

and damaged viscoelastic plastic body were connected in series to establish a nonlinear viscoelastic plastic damage creep model which can simultaneously describe instantaneous elastic strain, nonlinear viscoelastic strain, viscous strain and nonlinear viscoplastic strain of rock. Levenberg-Marquardt algorithm of Origin software was used to identify the parameters of the model. Finally, the rationality of the model was verified by the uniaxial and triaxial compression creep tests of sandstone under different stress levels. The results show that the test curve and the theoretical curve are in good agreement, and the model built can not only accurately describe the characteristics of the creep curve in the instantaneous elastic strain stage and the constant velocity creep stage, but also better describe the attenuation creep stage. And the nonlinear characteristics of the creep curve in the accelerated creep stage verify the rationality and accuracy of the model.

Key words: rock mechanics; damage; nonlinearity; accelerated creep; viscoelastic plastic creep model

岩石在外界载荷、温度、化学作用等条件下呈现出与时间有关的变形、流动和破坏等力学行为称之为岩石的流变,主要包括蠕变、松弛及弹性后效等,其中岩石蠕变特性是结构长期稳定性和安全性的重要影响因素,是岩石的固有属性之一。因此建立起能够描述岩石蠕变过程中非线性特征的蠕变模型一直是岩石力学理论研究中的热点和难点[1],而现在已有的蠕变模型大多数都是把经典元件模型经过各种组合得到的,但经典元件蠕变模型参数都是常数,不管元件怎么组合,模型所反映的都只能是线弹性的特征,不能准确描述岩石蠕变阶段的非线性特征。对此,近年来国内外许多学者通过采用非线性蠕变元件和引入蠕变损伤理论来改进经典元件蠕变模型,从而建立起非线性蠕变模型。夏才初等[2]基于基本流变力学模型进行串联组合,构建 15 个流变力学模型,并提出辨识模型参数的方法;杨圣奇等[3]开展龙滩水电站泥板岩剪切流变试验研究,并串联了西原模型与非线性流变元件,建立了能够描述岩石加速蠕变阶段特性的非线性蠕变模型;张治亮等[4]改进了 NRC 模型,与传统 Kelvin 模型组合成四元件非线性黏弹塑性流变模型;朱昌星等[5]基于非线性黏弹塑性流变模型,根据时效损伤和损伤加速门槛值的特点,建立了非线性蠕变损伤模型;齐亚静等[6]通过在西原模型上串联一个带应变触发的非线性黏壶改进了西原模型,建立了三维蠕变本构方程,并提出模型参数辨识的方法;袁海平等[7]基于 Mohr-Coulomb 准则提出了新的塑性元件,并将该元件与经典的 Burgers 模型串联起来,形成了能模拟黏弹塑性偏量特性和弹塑性体积行为的改进型 Burgers 蠕变模型,推导了相应的黏弹塑性本构关系;张亮亮等[8]建立黏塑性应变与蠕变时间的指数函数关系,提出非线性黏塑性体,并将该非线性黏塑性体与传统 Burgers 蠕变模型进行串联,构建了可以描述岩石蠕变全过程的非线性黏弹塑性蠕变模型;宋勇军等[9]基于岩石蠕变过程中的蠕变硬化效应和软化损伤机理,建立了能描述岩石蠕变曲线特性的非线性蠕变模型;WANG[10]通过引入损伤加速限制理论,提出了一种流变损伤模型,该模型可以较好地描述盐岩加速蠕变阶段;ZHAO 等[11]基于 Kachanov 损伤理论,将广义的 Burgers 模型和非线性塑性元件进行串联组合,得到的 BNMC 蠕变损伤模型较好地描述了岩石的黏弹塑性和蠕变损伤特性。

综上所述,经过学者们多年来的研究和发展,岩石蠕变力学取得了巨大的进展,但仍存在着一些不足,例如:①建立的蠕变模型大多数未能准确地描述岩石衰减蠕变阶段和加速蠕变阶段蠕变曲线的非线性特征,也未能较好地与经典蠕变曲线的各阶段相对应;②缺少把岩石蠕变力学和损伤力学两者进行相关联的研究;③蠕变模型参数辨识方法不合理等。针对这些问题还需要做进一步探索。鉴于此,本研究通过改进传统的 Kelvin 模型和村山体模型,基于损伤力学理论建立起 Kelvin 模型参数和村山体模型参数与蠕变时间的关系,进而建立了非线性 Kelvin 模型和非线性村山体模型,并将弹性体、非线性 Kelvin 体、线性 Kelvin 体、损伤黏弹塑性体进行串联,得到了能够同时描述岩石瞬时弹性应变、非线性黏弹性应变、黏性应变和非线性黏塑性应变的非线性黏弹塑性损伤蠕变模型[1],并给出了模型参数的辨识方法,最后通过采用相关文献的岩石压缩蠕变试验数据对该模型的适用性及准确性进行了验证。

1　非线性黏弹塑性损伤蠕变模型的建立

1.1　一维蠕变模型建立

以往大量的岩石蠕变试验证明,岩石所受的应力水平对岩石的蠕变特性具有重要影响。岩石经典蠕变曲线见图 1。

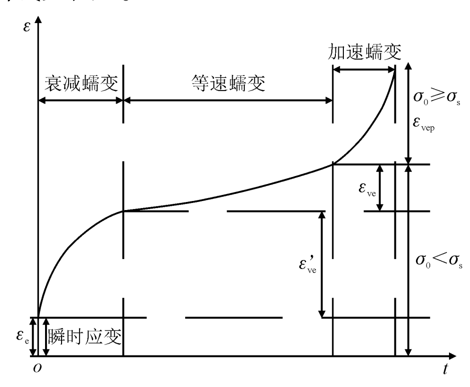


图 1　经典岩石蠕变曲线

Fig. 1　Creep curve of classical rock

对图 1 岩石蠕变各阶段特性分析可得:当岩石蠕变试验初期施加的应力水平小于岩石的长期强度时,岩石试样在加载过程中会产生一个瞬时弹性应变,由于该阶段的加载时间在整个蠕变时间中只占很小一部分,可认为该弹性应变是瞬间完成的,故该阶段的本构关系可以用弹性体来描述,故本构方程为

$$\varepsilon_{e} = \frac{\sigma}{E_1} \tag{1}$$

之后岩石进入衰减蠕变阶段,该阶段的蠕变曲线有明显的非线性特征,因此采用经典元件模型很难准确描述其特征。本研究通过引入损伤变量的时间函数关系来对传统 Kelvin 模型中黏壶元件的黏性系数进行修正,就是假定该黏性系数在岩石蠕变过程中和蠕变时间呈指数函数关系,以此构建非线性 Kelvin 模型,其微分型本构方程满足

$$\sigma = E_2\varepsilon_{ve}^{'} + \eta_2 e^{-\lambda t}\dot{\varepsilon}_{ve}^{'} \tag{2}$$

式中:σ 为应力;E_2 、η_2 为非线性黏弹性体的弹性模量和初始黏性系数;$\varepsilon_{ve}^{'}$ 为非线性黏弹性应变;$\dot{\varepsilon}_{ve}^{'}$ 为非线性黏弹性应变对时间的一阶导数;λ 为待定常数;t 为蠕变时间。

对上述微分方程分离变量,并结合初始条件 $t=0, \varepsilon_{ve}^{'}=0$,进行积分可得非线性 Kelvin 体的蠕变方程为

$$\varepsilon_{ve}^{'} = \frac{\sigma}{E_2}\left\{1 - \exp\left[-\frac{E_2(e^{\lambda t}-1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\} \tag{3}$$

$$\dot{\varepsilon}_{ve}^{'} = \frac{\sigma}{\eta_2}\exp\left[-\frac{E_2(e^{\lambda t}-1)}{\lambda\eta_2} + \lambda t\right] \tag{4}$$

随着施加的应力水平不断增加,岩石经过衰减蠕变阶段后进入了等速蠕变阶段,在此阶段,岩石的应变和应变率随时间变化缓慢,应变随时间变化近似线性关系,则该阶段的本构关系可用传统的 Kelvin 体来描述,蠕变本构方程为

$$\varepsilon_{ve} = \frac{\sigma}{E_3}\left[1 - \exp\left(-\frac{E_3 t}{\eta_3}\right)\right] \tag{5}$$

式中:σ 为应力;E_3 、η_3 为黏弹性体的弹性模量和黏性系数;ε_{ve} 为黏弹性应变。

当施加的应力水平超过岩石的长期强度时,岩石进入了加速蠕变阶段,该阶段岩石的应变和应变率随时间急剧增大,岩石蠕变曲线呈现出非常明显的非线性特征,若仍然采用经典元件组合模型,不管组合模型形式多么复杂,都无法准确反映岩石在加速蠕变阶段的非线性特征。本研究通过改进传统的村山体模型,并基于损伤力学理论及 Kachanov 蠕变损伤演化规律,建立起村山体模型参数与蠕变时间的关系,进而建立了非线性黏弹塑性损伤蠕变模型来描述岩石加速蠕变阶段蠕变曲线的非线性特征,损伤变量的演化方程[12]为

$$\frac{dD}{dt} = C\left(\frac{\sigma}{1-D}\right)^N \tag{6}$$

式中:C、N 是与材料有关的参数;D 为损伤变量。

根据 Lemaitre 应变等价性假设理论,将损伤变量 D 引入到黏弹塑性蠕变模型中,得到非线性损伤黏弹塑性体的蠕变本构方程为

$$\sigma = E_4(1-D)\varepsilon_{vep} + \eta_4(1-D)\dot{\varepsilon}_{vep} + \sigma_s \tag{7}$$

式中:E_4 、η_4 为损伤黏弹塑性体的弹性模量和黏性系数;ε_{vep} 为损伤黏弹塑性应变;$\dot{\varepsilon}_{vep}$ 为损伤黏弹塑性应变对时间的一阶导数;σ_s 为岩石的长期强度。

对式(6)进行积分,并结合边界条件 $t=t_F, D=1$ 可得到岩石蠕变破坏的时间为

$$t_F = \frac{1}{C(1+N)\sigma^N} \tag{8}$$

式中,t_F 为岩石发生蠕变破坏的时间。

由式(6)和式(8)可得岩石在蠕变过程中损伤变量与蠕变时间的演化方程为

$$D = 1 - \left(1 - \frac{t}{t_F}\right)^{\frac{1}{1+N}} \tag{9}$$

将式(9)代入式(7),可得非线性损伤黏弹塑性体的蠕变本构方程为

$$\sigma = E_4\left(1-\frac{t}{t_F}\right)^{\frac{1}{N+1}}\varepsilon_{vep} + \eta_4\left(1-\frac{t}{t_F}\right)^{\frac{1}{N+1}}\dot{\varepsilon}_{vep} + \sigma_s \tag{10}$$

对上述微分方程分离变量,并结合初始条件 $t=0,\varepsilon_{vep}=0$,进行积分可得损伤黏弹塑性体的蠕变方程为

$$\varepsilon_{vep} = \frac{\sigma-\sigma_s}{E_4}\left[1-\exp\left(-\frac{E_4}{\eta_4}t\right)\right]\left(1-\frac{t}{t_F}\right)^{-\frac{1}{N+1}} \tag{11}$$

将上述弹性体、线性 Kelvin 体、非线性 Kelvin 体、损伤黏弹塑性体进行串联,得到可以描述岩石蠕变各阶段特征的非线性黏弹塑性损伤蠕变模型,其力学模型如图 2 所示。

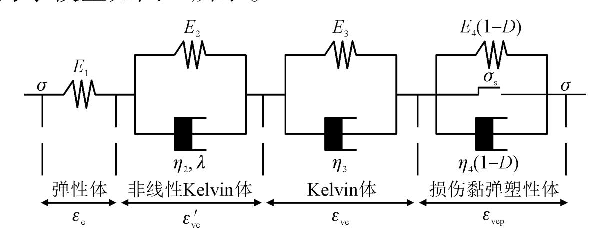


图 2　非线性黏弹塑性损伤蠕变力学模型

Fig. 2　Nonlinear viscoelastic plastic damage creep mechanical model

结合式(1)、式(3)、式(5)、式(11),可得非线性黏弹塑性损伤蠕变模型的一维蠕变方程为

$$\varepsilon = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{E_1}+\dfrac{\sigma}{E_2}\left\{1-\exp\left[-\dfrac{E_2(e^{\lambda t}-1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\}, (\sigma<\sigma_s,\dot{\varepsilon}=0) \\ \dfrac{\sigma}{E_1}+\dfrac{\sigma}{E_2}\left\{1-\exp\left[-\dfrac{E_2(e^{\lambda t}-1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\}+\dfrac{\sigma}{E_3}\left[1-\exp\left(-\dfrac{E_3 t}{\eta_3}\right)\right], (\sigma<\sigma_s,\dot{\varepsilon}>0) \\ \dfrac{\sigma}{E_1}+\dfrac{\sigma}{E_2}\left\{1-\exp\left[-\dfrac{E_2(e^{\lambda t}-1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\}+\dfrac{\sigma}{E_3}\left[1-\exp\left(-\dfrac{E_3 t}{\eta_3}\right)\right]+\dfrac{\sigma-\sigma_s}{E_4}\left[1-\exp\left(-\dfrac{E_4}{\eta_4}t\right)\right]\left(1-\dfrac{t}{t_F}\right)^{-\frac{1}{N+1}}, (\sigma\geqslant\sigma_s) \end{cases} \tag{12}$$

1.2　三维黏弹塑性损伤蠕变模型的蠕变方程

岩石在三维应力状态下,岩石内部任一点的应力张量 $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 可以分解为偏应力张量 $\boldsymbol{S}_{ij}$ 和球应力张量 $\boldsymbol{\delta}_{ij}\sigma_m$,即

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \boldsymbol{S}_{ij} + \boldsymbol{\delta}_{ij}\sigma_m = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \tag{13}$$

式中:$\boldsymbol{\delta}_{ij}$ 为 Kronecker 张量;σ_m 为平均应力,$\sigma_m = \dfrac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3} = \dfrac{1}{3}\sigma_{ii}$。

同理,相应的应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ 也可以分解为偏应变张量 $\boldsymbol{e}_{ij}$ 和球应变张量 $\boldsymbol{\delta}_{ij}\varepsilon_m$,即

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \boldsymbol{e}_{ij} + \boldsymbol{\delta}_{ij}\varepsilon_m = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \tag{14}$$

式中,$\varepsilon_m = \dfrac{\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3}{3} = \dfrac{1}{3}\varepsilon_{ii}$。

在一般条件下,大多数各向同性材料均存在以下规律[13]:偏应变张量只与偏应力张量有关,球应变张量只与球应力张量有关,这在很大程度上简化了三维本构方程的建立。对于一般的线弹性材料而言,偏应变张量与偏应力张量成正比,球应变张量与球应力张量成正比。而对于弹塑性材料,在塑性范围内,球应变张量与球应力张量成正比,但偏应力张量与偏应变张量的关系相对于弹性材料来说要复杂很多,可简化为偏应变张量与偏应力张量之间的关系。根据广义胡克定律

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}_{ij} = 2G\boldsymbol{e}_{ij} \\ \sigma_m = 3K\varepsilon_m \end{cases} \tag{15}$$

式中:K 为体积模量;G 为剪切模量。

则对于弹性体的三维蠕变方程可以表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1}{2G_1}\boldsymbol{S}_{ij} + \frac{1}{3K_1}\boldsymbol{\delta}_{ij}\sigma_m \tag{16}$$

非线性 Kelvin 体的三维蠕变方程为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{ve'} = \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2G_2}\left\{1-\exp\left[-\frac{G_2(e^{\lambda t}-1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\} \tag{17}$$

线性 Kelvin 体的三维蠕变方程为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{ve} = \frac{\boldsymbol{S}_{ij}}{2G_3}\left[1-\exp\left(-\frac{G_3 t}{\eta_3}\right)\right] \tag{18}$$

非线性损伤黏弹塑性体的蠕变方程为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{vep} = \frac{1}{2\eta_4(1-D)}\left[1-\exp\left(-\frac{G_4 t}{\eta_4}\right)\right]\left\langle\varphi\left(\frac{F}{F_0}\right)\right\rangle\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{ij}} \tag{19}$$

式中,$\langle\cdot\rangle$ 为开关函数,表达式为

$$\langle\varphi\left(\frac{F}{F_0}\right)\rangle = \begin{cases} 0,\ (F < 0) \\ \varphi\left(\frac{F}{F_0}\right),\ (F \geqslant 0) \end{cases} \tag{20}$$

式中:F 为岩石的屈服函数;F_0 为岩石屈服函数的初始值,为了简化计算,取 $F_0 = 1$ [14];$\varphi\left(\frac{F}{F_0}\right)$ 一般为幂函数,即 $\varphi\left(\frac{F}{F_0}\right) = \left(\frac{F}{F_0}\right)^n$,通常取幂指数 $n = 1$ [15];Q 为塑性势函数,采用相关联流动法则简化计算,即 $Q = F$。

由于 Drucker-Prager(D-P)准则不仅考虑了中主应力的影响,又考虑了静水压力的影响,克服了 Mohr-Coulomb 准则中未考虑中间主应力和 Von-Mises 准则忽视了球应力对岩石强度影响的缺陷。因此相对于 Mohr-Coulomb 准则和 Von-Mises 准则,D-P 准则更适用于岩土类材料,应用范围更广,在数值计算中得到了广泛的运用。根据 D-P 破坏准则,岩石微元强度 F 为

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k \tag{21}$$

式中:α、k 为岩石微元强度参数;I_1 和 J_2 分别为应力第一不变量和偏应力第二不变量。α、k 分别为

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{\sin\varphi}{\sqrt{9 + 3\sin^2\varphi}} \\ k = \dfrac{\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{3 + \sin^2\varphi}} \end{cases} \tag{22}$$

式中:φ 为岩石的内摩擦角;c 为岩石的黏聚力。

对于常规的岩石三轴压缩蠕变试验,有

$$\begin{cases} \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \\ I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_1 + 2\sigma_3 \\ \sqrt{J_2} = \sqrt{\dfrac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{6}} \\ \quad = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sqrt{3}} \\ \sigma_m = \dfrac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \dfrac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \\ \dfrac{\partial F}{\partial\sigma_1} = \dfrac{\sqrt{3} + 3\alpha}{3} \\ S_{11} = \sigma_1 - \sigma_m = \dfrac{2(\sigma_1 - \sigma_3)}{3} \end{cases} \tag{23}$$

联立式(13)~式(23),并根据模型串并联叠加原理可得岩石在三维应力状态下的黏弹塑性损伤蠕变模型的蠕变方程为

$$\varepsilon_{11} = \begin{cases} \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \dfrac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K_1} + \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2}\cdot \\ \left\{1 - \exp\left[-\dfrac{G_2(e^{\lambda t} - 1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\}, \\ (\sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_s, \dot{\varepsilon} = 0) \\ \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \dfrac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K_1} + \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2}\cdot \\ \left\{1 - \exp\left[-\dfrac{G_2(e^{\lambda t} - 1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\} + \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_3}\cdot \\ \left[1 - \exp\left(-\dfrac{G_3}{\eta_3}t\right)\right], (\sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_s, \dot{\varepsilon} > 0) \\ \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \dfrac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K_1} + \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2}\cdot \\ \left\{1 - \exp\left[-\dfrac{G_2(e^{\lambda t} - 1)}{\lambda\eta_2}\right]\right\} + \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_3}\cdot \\ \left[1 - \exp\left(-\dfrac{G_3}{\eta_3}t\right)\right] + \dfrac{\sqrt{3} + 3\alpha}{6\eta_4}\cdot \\ \left[1 - \exp\left(-\dfrac{G_4}{\eta_4}t\right)\right]\left(1 - \dfrac{t}{t_F}\right)^{\frac{1}{N+1}}(\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_s), \\ (\sigma_1 - \sigma_3 \geqslant \sigma_s) \end{cases} \tag{24}$$

2　参数辨识及黏弹塑性损伤蠕变模型验证

2.1　参数辨识

首先根据岩石在同一围压下的常规三轴压缩试验得到的弹性模量 E 和泊松比 ν 确定三维蠕变方程中的 G_1、K_1,即

$$G_1 = \frac{E}{2(1 + \nu)}, K_1 = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \tag{25}$$

式(24)中第 1 式,当 $t \to \infty$ 时,变为

$$\varepsilon_{11}^t(t \to \infty) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2} \tag{26}$$

用式(26)减去式(24)的第 1 式,并两边取对数,得

$$\ln[\varepsilon_{11}^t(t \to \infty) - \varepsilon_{11}^t] = \ln\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2} - \frac{G_2(e^{\lambda t} - 1)}{\lambda\eta_2} \tag{27}$$

再令

$$y(t_i) = \ln[\varepsilon_{11}^t(t\to\infty) - \varepsilon_{11}^t], a = -\frac{G_2}{\lambda\eta_2},$$

$$b = e^\lambda, c = \frac{G_2}{\lambda\eta_2} + \ln\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2}$$

则式(27)变为

$$y(t_i) = ab^t + c \tag{28}$$

最后对试验数据进行非线性拟合分析,可得到拟合参数 a、b、c,则 λ、G_2、η_2 为

$$\begin{cases}\lambda = \ln b \\ G_2 = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3e^{c+a}} \\ \eta_2 = -\dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{3ae^{c+a}\ln b}\end{cases} \tag{29}$$

岩石发生蠕变破坏的时间 t_F 可根据岩石蠕变试验确定,其余模型参数 N、η_3、G_3、η_4、G_4,基于最小二乘法原理反演确定。运用 Origin 软件自带的 Levenberg-Marquardt 算法进行非线性回归分析,对岩石蠕变模型参数进行辨识,该算法改进了最小二乘法,通过引入阻尼因子 d 来避免迭代不收敛情况的发生[16]。为了简化计算,将损伤蠕变方程中的系数进行简化,即

$$A = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_3}, B = -\frac{G_3}{\eta_3}, C = -\frac{G_4}{\eta_4},$$

$$D = \frac{\sqrt{3} + 3\alpha}{6\eta_4}(\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_s), E = \frac{1}{N+1} \tag{30}$$

2.2 模型验证

为验证本研究建立的非线性黏弹塑性损伤蠕变模型的合理性与准确性,本研究采用文献[17]关于砂岩常规三轴分级加载压缩蠕变试验的相关数据进行验证。文献[17]在试验中采用的岩石材料试验机型号为 RLW-200,对砂岩分别进行了围压为 0、5、15 MPa 的单轴及三轴压缩蠕变试验,试验中采用轴向力来控制蠕变加载过程,加载速率为 1 kN/s,当轴向力加载到相应的荷载等级时维持不变,待轴向变形稳定之后再加载下一级荷载。各试验条件下分级加载荷载拟定值如表 1 所示,0、5、15 MPa 围压下压缩蠕变模型参数分别如表 2 ~ 表 4 所示。

表 1 压缩蠕变试验分级加载各级荷载拟定值

Tab. 1 Proposed values of different levels of load in compression creep test

围压/MPa	各级荷载拟定值/MPa					
	第 1 级	第 2 级	第 3 级	第 4 级	第 5 级	第 6 级
0	8.15	16.31	24.46	32.61	40.76	48.92
5	10.63	21.27	31.90	42.53	53.17	63.80
15	14.09	28.17	42.26	56.35	70.43	84.52

表 2 单轴压缩蠕变模型参数

Tab. 2 Parameters of uniaxial compression creep model

应力/MPa	E_1/GPa	E_2/GPa	η_2/(GPa · h)	λ	E_3/GPa	η_3/(GPa · h)	E_4/GPa	η_4/(GPa · h)	t_F	N
8.15	4.306	61.439	19.613	-1.632	-	-	-	-	-	-
16.31	4.554	55.023	24.175	-0.569	-	-	-	-	-	-
24.46	4.934	78.369	69.532	-0.867	-	-	-	-	-	-
32.61	5.250	89.134	46.105	-0.437	601.162	468.545	-	-	-	-
40.76	5.459	99.185	22.234	-1.487	168.670	349.532	-	-	-	-
48.92	5.372	104.765	46.392	-0.120	21.230	31.509	1.036	0.148	20.436	0.7

表 3 围压为 5 MPa 时三轴压缩蠕变模型参数

Tab. 3 Parameters of triaxial compression creep model with confining pressure of 5 MPa

应力/MPa	K_1/GPa	G_1/GPa	G_2/GPa	η_2/(GPa·h)	λ	G_3/GPa	η_3/(GPa · h)	G_4/GPa	η_4/(GPa · h)	t_F	N
10.63	10.224	2.191	52.365	21.652	-0.698	-	-	-	-	-	-
21.27	11.084	2.375	68.769	37.526	-0.541	-	-	-	-	-	-
31.90	12.892	2.763	80.421	46.329	-0.452	-	-	-	-	-	-
42.53	13.931	2.985	85.146	58.623	-0.256	303.470	376.336	-	-	-	-
53.17	14.549	3.118	90.281	70.285	-0.624	322.732	227.081	-	-	-	-
63.80	15.113	3.239	6.751	32.214	-0.725	1.859	0.185	1.542	0.008	26.52	0.6

表 4　围压为 15 MPa 时三轴压缩蠕变模型参数

Tab. 4　Parameters of triaxial compression creep model with confining pressure of 15 MPa

应力/MPa	K_1/GPa	G_1/GPa	G_2/GPa	η_2/(GPa · h)	λ	G_3/GPa	η_3/(GPa · h)	G_4/GPa	η_4/(GPa · h)	t_F	N
14.09	13.814	2.960	63.652	29.684	−0.764	–	–	–	–	–	–
28.17	14.227	3.049	78.529	45.216	−0.625	–	–	–	–	–	–
42.26	16.770	3.594	92.381	57.267	−0.525	–	–	–	–	–	–
56.35	18.415	3.946	105.612	69.462	−0.316	683.846	536.147	–	–	–	–
70.43	19.370	4.151	116.154	81.349	−0.674	731.120	490.362	–	–	–	–
84.52	20.124	4.312	8.351	39.452	−0.731	1.846	0.254	1.785	0.112	20.94	0.4

围压为 0、5、15 MPa 时,砂岩分级加载压缩蠕变试验曲线与非线性黏弹塑性损伤蠕变模型的理论曲线对比结果,分别如图 3 ~ 图 5 所示。

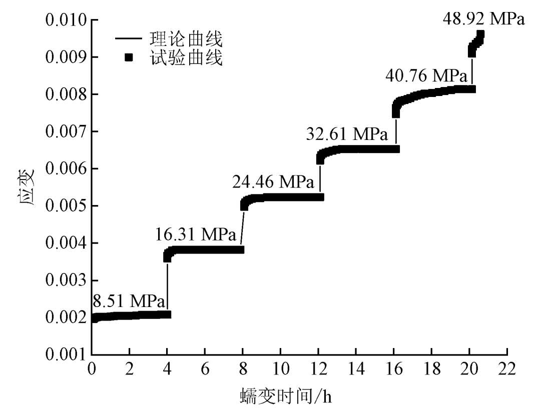


图 3　围压为 0 MPa 时理论曲线与试验曲线的对比图

Fig. 3　Comparison of theoretical curve and test curve at confining pressure of 0 MPa

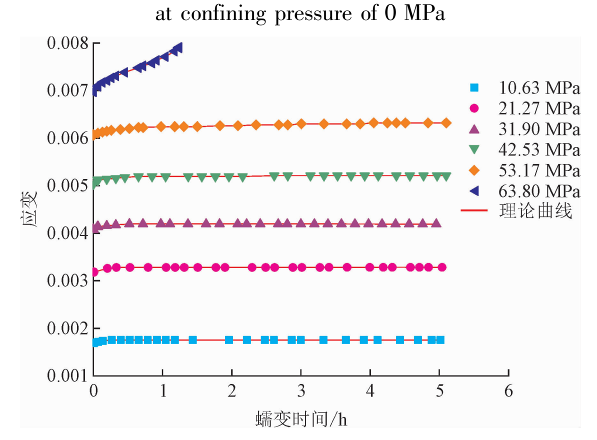


图 4　围压为 5 MPa 时理论曲线与试验曲线的对比图

Fig. 4　Comparison of theoretical curve and experimental curve at confining pressure of 5 MPa

从图 3 ~ 图 5 中可知:本研究建立的黏弹塑性损伤蠕变模型,岩石不管是在一维应力状态下还是在三维应力状态下,其理论曲线和试验曲线的吻合程度都非常高;本研究建立的黏弹塑性损伤蠕变模型能够较好地描述岩石在不同阶段的蠕变特性;该模型不但可以准确地描述砂岩在低应力水平下的等速蠕变阶段和衰减蠕变阶段蠕变曲线的特征,并且可以较好地描述砂岩在高应力水平下,加速蠕变阶段蠕变曲线的非线性特征,验证了该模型的准确性和适用性。

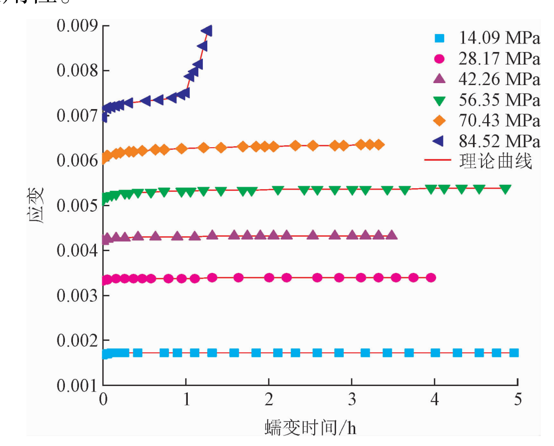


图 5　围压为 15 MPa 时理论曲线与试验曲线的对比图

Fig. 5　Comparison of theoretical curve and test curve at confining pressure of 15 MPa

3　结　论

1)本研究基于损伤力学理论和 Kachanov 蠕变损伤演化规律,通过改进传统的 Kelvin 模型和村山体模型,构建了非线性 Kelvin 模型和非线性村山体模型,并将弹性体、非线性 Kelvin 体、线性 Kelvin 体、损伤黏弹塑性体进行串联,得到了非线性黏弹塑性损伤蠕变模型。

2)通过分析岩石蠕变各阶段的特征,给出了各阶段的蠕变本构方程,再根据叠加原理得到了蠕变损伤方程,并推导了三维蠕变损伤本构方程,建立了能够同时描述岩石瞬时弹性应变、非线性黏弹性应变、非线性黏弹塑性应变和黏性应变的非线性黏弹塑性损伤蠕变模型。

3)通过采用不同应力水平和不同围压下的砂岩

常规三轴压缩蠕变试验数据,对本研究所构建的损伤蠕变模型的准确性进行验证,结果表明该蠕变模型不仅能够准确地描述岩石的等速蠕变阶段、瞬时弹性应变阶段的蠕变曲线特征,并且能够较好地描述岩石加速蠕变阶段和衰减蠕变阶段蠕变曲线的非线性特征。

4)通过对比试验曲线和模型理论曲线,表明该模型不但可以准确地描述砂岩在低应力水平下的等速蠕变阶段和衰减蠕变阶段蠕变曲线的特征,而且还可以较好地描述砂岩在高应力状态下的加速蠕变阶段蠕变曲线的非线性特征,验证了该模型的准确性与适用性。

参考文献:

[1] 张亮亮,王晓健.岩石黏弹塑性损伤蠕变模型研究[J].岩土工程学报,2020,42(6):1085-1092.
ZHANG Liangliang, WANG Xiaojian. Viscoelastic-plastic damage creep model for rock[J]. Chinese journal of geotechnical engineering,2020,42(6):1085-1092(in Chinese).

[2] 夏才初,王晓东,许崇帮,等.用统一流变力学模型理论辨识流变模型的方法和实例[J].岩石力学与工程学报,2008,27(8):1594-1600.
XIA Caichu,WANG Xiaodong,XU Chongbang,et al. Method to identify rheological models by unified rheological model theory and case study[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,2008,27(8):1594-1600(in Chinese).

[3] 杨圣奇,徐卫亚,杨松林.龙滩水电站泥板岩剪切流变力学特性研究[J].岩土力学,2007,28(5):895-902.
YANG Shengqi,XU Weiya,YANG Songlin. Investigation on shear rheological mechanical properties of shale in Longtan Hydropower Project[J]. Rock and soil mechanics,2007,28(5):895-902(in Chinese).

[4] 张治亮,徐卫亚,王如宾,等.含弱面砂岩非线性黏弹塑性流变模型研究[J].岩石力学与工程学报,2011,30(增刊1):2634-2639.
ZHANG Zhiliang,XU Weiya,WANG Rubin,et al. Study of nonlinear viscoelasto-plastic rheological model of sandstone with weak plane[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,2011,30(S1):2634-2639(in Chinese).

[5] 朱昌星,阮怀宁,朱珍德,等.岩石非线性蠕变损伤模型的研究[J].岩土工程学报,2008,30(10):1510-1513.
ZHU Changxing,RUAN Huaining,ZHU Zhende,et al. Non-linear rheological damage model of rock[J]. Chinese journal of geotechnical engineering,2008,30(10):1510-1513(in Chinese).

[6] 齐亚静,姜清辉,王志俭,等.改进西原模型的三维蠕变本构方程及其参数辨识[J].岩石力学与工程学报,2012,31(2):347-355.
QI Yajing,JIANG Qinghui,WANG Zhijian,et al. 3D creep constitutive equation of modified Nishihara model and its parameters identification[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,2012,31(2):347-355(in Chinese).

[7] 袁海平,曹平,许万忠,等.岩石粘弹塑性本构关系及改进的Burgers蠕变模型[J].岩土工程学报,2006,28(6):796-799.
YUAN Haiping,CAO Ping,XU Wanzhong,et al. Visco-elastop-lastic constitutive relationship of rock and modified Burgers creep model[J]. Chinese journal of geotechnical engineering,2006,28(6):796-799(in Chinese).

[8] 张亮亮,王晓健,周瑞鹤.一种新的岩石非线性黏弹塑性蠕变模型研究[J].力学季刊,2020,41(1):116-124.
ZHANG Liangliang,WANG Xiaojian,ZHOU Ruihe. A new nonlinear viscoelastic-plastic creep model for rocks[J]. Chinese quarterly of mechanics,2020,41(1):116-124(in Chinese).

[9] 宋勇军,雷胜友,刘向科.基于硬化和损伤效应的岩石非线性蠕变模型[J].煤炭学报,2012,37(增刊2):287-292.
SONG Yongjun,LEI Shengyou,LIU Xiangke. Non-linear rock creep model based on hardening and damage effect[J]. Journal of China Coal Society,2012,37(S2):287-292(in Chinese).

[10] WANG G J. A new constitutive creep-damage model for salt rock and its characteristics[J]. International journal of rock mechanics and mining sciences,2004,41(S1):61-67.

[11] ZHAO Y L,ZHANG L Y,WANG W J,et al. Separation of elasto-viscoplastic strains of rock and a nonlinear creep model[J]. International journal of geomechanics,2018,18(1):04017129.

[12] KACHANOV M. Effective elastic properties of cracked solids:critical review of some basic concepts[J]. Applied mechanics reviews,1992,45(8):304-335.

[13] 徐卫亚,杨圣奇,谢守益,等.绿片岩三轴流变力学特性的研究(II):模型分析[J].岩土力学,2005,26(5):693-698.
XU Weiya,YANG Shengqi,XIE Shouyi,et al. Investigation on triaxial rheological mechanical properties of greenschist specimen (II):model analysis[J]. Rock andsoil mechanics,2005,26(5):693-698(in Chinese).

[14] PERZYNA P. Fundamental problems in viscoplasticity[M]//CHERNYI G G,DRYDEN H L,GERMAIN P,et al. Advances in Applied Mechanics. Amsterdam:Elsevier,1966:243-377.

[15] ABU AL-RUB R K,DARABI M K,KIM S M,et al. Mechanistic-based constitutive modeling of oxidative aging in aging-susceptible materials and its effect on the damage potential of asphalt concrete[J]. Construction and building materials,2013,41:439-454.

[16] 李青麒.软岩蠕变参数的曲线拟合计算方法[J].岩石力学与工程学报,1998,17(5):81-86.
LI Qingqi. Curve fitting method for creep parameter of soft rock[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,1998,17(5):81-86(in Chinese).

[17] 刘东燕,谢林杰,庹晓峰,等.不同围压作用下砂岩蠕变特性及非线性黏弹塑性模型研究[J].岩石力学与工程学报,2017,36(增刊2):3705-3712.
LIU Dongyan,XIE Linjie,TUO Xiaofeng,et al. Creep properties of sandstone under different confining pressures and research on a nonlinear viscoelasto-plastic creep model[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering,2017,36(S2):3705-3712(in Chinese).

(编辑 李坤璐)